6) T.M.Rice, Proceedings ot the Oji Seminar. to be publishel.

Tomonaga—Luttinger 模型 における応答関数

東大・教養物理　斎　藤　基　彦

最近，高い電気伝導度を持った準1次元的有機結晶（TTF−TCNQ等）の発見に伴ない，1次元電子系の多体効果に対して新たな理論的興味が持たれるようになった。[1,2,3] ここでは1次元金属を簡単化したTomonaga−Luttinger 模型[4]において，状態密度，密度応答関数，超伝導対応答関数，電気抵抗を演算子の直接計算により厳密に計算した結果を示す。この結果は電子相関が弱い場合は過去の計算[1,2,3]と一致し，強い場合はその拡張になっている。

Tomonaga−Luttinger 模型は，Fermi速度＋ v の電子と，−v の電子からなる系で，そのハミルトニアンは $\mathcal{H}=\mathcal{H}_0+\mathcal{H}'$ として，

$$\mathcal{H}_0 = v \sum_{\mathrm{all}\,k} k\,(a^{+}_{1k}\, a_{1k} - a^{+}_{2k}\, a_{2k}) \tag{1}$$

$$\mathcal{H}' = L^{-1} \sum_{\mathrm{all}\,p} g(p)\,|\,\rho_1(p) + \rho_2(p)\,|^2 \tag{2}$$

と書ける。[5] ここで $g(p)$ は電子間相互作用，$\rho_i(p)$ は i 種電子の密度演算子である。この系では，

$$[\rho_i(p),\ \rho_j(-p')] = \delta_{ij}\,\delta_{pp'}(-)^i\, pL/2\pi, \quad (i, j = 1, 2) \tag{3}$$

なる交換関係を満す。このハミルトニアンは，

$$S = \frac{2\pi i}{L} \sum_{\mathrm{all}\,p} \frac{\varphi(p)}{p}\, \rho_1(p)\, \rho_2(-p) \tag{4}$$

として，$\widetilde{\mathscr{H}} = e^{iS}\mathscr{H}e^{-iS}$ なるユニタリ変換で対角化でき，素励起はプラズモンである。そのエネルギーは，

$$\omega(p) = v|p|v(p) \tag{5a}$$

$$v(p) = e^{-2\varphi(p)} = (1+2g(p)/\pi v)^{\frac{1}{2}} \tag{5b}$$

である。

応答関数の計算のために，$\widetilde{\psi}_1(xt) = e^{iS}e^{i\mathscr{H}t}\psi_1(x) \times e^{-i\mathscr{H}t}e^{-iS}$ を計算すると，結果は，

$$\widetilde{\psi}_1(xt) = W_1(xt)R_2(xt)U_1(xt)\psi_1(x-t) \tag{6}$$

$$W_1(xt) = \exp\frac{2\pi}{L}\sum_{p>0}\frac{\mathrm{ch}\varphi-1}{p}(\rho_1(-p)e^{i(px-\omega t)}-\rho_1(p)e^{-i(px-\omega t)}) \tag{7a}$$

$$R_2(xt) = \exp\frac{2\pi}{L}\sum_{p>0}\frac{\mathrm{sh}\varphi}{p}(\rho_2(-p)e^{i(px+\omega t)}-\rho_2(p)e^{-i(px+\omega t)}) \tag{7b}$$

$$\begin{aligned}U_1(xt) = \exp\frac{2\pi}{L}\sum_{p>0}\frac{1}{p}\{\rho_1(-p)e^{ipx}(e^{-i\omega t}-e^{-ipvt}) \\ -\rho_1(p)e^{-ipx}(e^{i\omega t}-e^{ipvt})\}\times\exp(-\frac{2\pi i}{L}\sum_{p>0}\frac{1}{p}\sin(\omega-pv)t)\end{aligned} \tag{7c}$$

となる。$\widetilde{\psi}_2(xt)$ についても同様。

次に，以下の関数を基底状態を $|g>$ として座標表示で定義する：

(i) グリーン関数

$$G(xt) = -i\theta(t)<g|\{\psi_1^+(xt),\psi_1\}|g> \tag{8}$$

(ii) スタガード密度応答関数

$$\chi(xt) = -i\theta(t)<g|[\psi_1^+(xt)\psi_2(xt),\psi_2^+\psi_1^+]|g> \tag{9}$$

(iii) スタガード超伝導対応答関数

$$P(xt) = -i\theta(t) < g | [\psi_1(xt)\psi_2(xt), \psi_2^+\psi_1^+] | g > . \qquad (10)$$

これらは (6) (7) を用いて計算できる。例えば,

$$\chi(xt) = -i\theta(t)\{\chi_0^>(xt)\,e^{z(xt)} - \chi_0^<(xt)\,e^{z(x,-t)}\} \qquad (11)$$

$$z(xt) = \frac{4\pi}{L}\sum_{p>0}\frac{1}{p}\{e^{2\varphi}(e^{-i\omega t}\cos px - 1) - (e^{-ipvt}\cos px - 1)\}, \qquad (12)$$

$\chi_0^{\gtrless}(xt)$ は $g(p) \equiv 0$ の時の関数である。

相互作用が,

$$g(p) \approx g(0) \qquad p < R^{-1}; \qquad (13)$$

$$\approx 0 \qquad p > R^{-1}$$

であるとし, $u = (1 + 2g(0)/\pi v)^{\frac{1}{2}}$ とすると種々関数が計算できて, ω が小さい時 $\omega^* \equiv (R\omega/uv)$ として,

(a) 状態密度 $n(\omega) \sim \omega^{*2\alpha}$; $2\alpha = (u-1)^2/2u$ (14)

(b) $\mathrm{Im}\ \chi(q = 2k_F, \omega) \sim \omega^{*2/u-2}$ (15)

(c) $\mathrm{Im}\ P(q = 2k_F, \omega) \sim \omega^{*2u-2}$ (16)

電気抵抗の計算のため

$$W = \sum_{\{j\}} \int dx\, w(x - R_j)\{\psi_1^+(x)\psi_2(x) + \mathrm{h.c.}\} \qquad (17)$$

なる不純物散乱を考える。[6] $w(x)$ が近距離力の時 BORN 近似では抵抗は,

(d)　$\rho(\omega) \sim \omega^{*\frac{2}{u}-2}$　(18)

となる。

以上の考察から次の事が結論できる。

(i)　1次元系だから真の長距離相関はない。

実際，

$$< g \,|\, \psi_1^+(x)\, \psi_2(x)\, \psi_2^+ \psi_1 \,|\, g > \sim x^{-2/u} \quad (x \to \infty) \tag{19}$$

$$< g \,|\, \psi_1(x)\, \psi_2(x)\, \psi_2^+ \psi_1^+ \,|\, g > \sim x^{-2u} \quad (x \to \infty) \tag{20}$$

しかし，$\mathrm{Im}\,\chi$，$\mathrm{Im}\,P$ は適当な条件で発散する。

(ii)　状態密度はFermi 準位近傍においてギャップは存在しないが，非常に小さい値になり得る。

(iii)　$g(0) > 0$ の時，絶縁体，$g(0) < 0$ の時は超伝導に準ずる状態になる。

参考文献

1)　A. Luther and I. Peschel, Phys. Rev. B9, 2911 (1974).

2)　J. Solyom, J. Low Temp. Phys. 12, 546 (1973).

3)　H. Fukuyama et al., Phys. Rev. B10, 3775 (1974).

4)　D. C. Mattis and E. H. Lieb, J. Math. Phys. 6, 304 (1965).

5)　この形の$\mathscr{H}'$を用いると，Ref. 4 で起る種々の不自然さが無くなる。

6)　D. C. Mattis, Phys. Rev. Letters. 32, 714 (1974).